

ارزیابی برآورد هدایت هیدرولیکی اشباع با مدل‌های فرکتال جرمی و منفذی

الناز رضایی^۱، کامران زینال زاده^{۲*}

(تاریخ دریافت: ۱۳۹۸/۹/۳۰ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۸/۱۱/۸)

چکیده

در طول چند دهه گذشته، هندسه فرکتالی به طور گسترده‌ای به عنوان یک ابزار توانمند در بیان خصوصیات محیط متخلخل و مدل‌سازی هیدرولیکی خاک استفاده شده است. در این تحقیق، قابلیت کاربرد مقادیر بعد فرکتال حاصل از منحنی دانه بندی (D_{PSD}) و منحنی رطوبتی (D_{SMC}) در برآورد هدایت هیدرولیکی اشباع با مدل جدید فرکتالی قنبریان و همکاران (۲۰۱۸) مقایسه و ارزیابی گردید. به این منظور، هشت نمونه خاک شنی با دانه‌بندی مختلف در استوانه‌هایی با قطر داخلی ۴/۴ و ارتفاع ۵ سانتی‌متر تهیه شدند. دانه‌بندی نمونه‌ها با روش ترکیبی الک خشک و خیس تعیین گردید. میزان رطوبت در هشت مکش مختلف از صفر (وضعیت اشباع) تا ۱۰ کیلوپاسکال در جعبه شنی و در ۱۹ فشار مختلف از ۱۸ تا ۱۵۰۰ کیلوپاسکال با صفحات فشاری اندازه‌گیری شدند. برای تمام نمونه‌ها، جرم مخصوص ظاهری و حقیقی، میزان تخلخل کل نمونه‌ها و هدایت هیدرولیکی اشباع (به روش بار ثابت) نیز اندازه‌گیری گردید. D_{PSD} و D_{SMC} نمونه‌ها به ترتیب با استفاده از داده‌های منحنی دانه‌بندی و منحنی رطوبتی تعیین شدند. میزان شاخص خطای جذر میانگین مربعات حاصل از برآورد منحنی رطوبتی (RMSE) با بکارگیری D_{SMC} و D_{PSD} به ترتیب در بازه ۰/۰۰۴ تا ۰/۰۲۲ و ۰/۰۰۹ تا ۰/۰۶۹ به دست آمدند. نتایج نشان داد که با کاربرد D_{SMC}، منحنی رطوبتی خاک با دقت بالاتری نسبت به D_{PSD} پیش‌بینی شد. همچنین، بررسی‌ها نشان داد مقادیر بعد فرکتال جرمی نمونه‌ها، همبستگی معنی‌داری با بعد فرکتال منفذی نداشت. خطای جذر میانگین لگاریتمی مربعات (RMSLE) در مورد مقادیر برآوردی هدایت هیدرولیکی اشباع با استفاده از D_{PSD} و D_{SMC} به ترتیب برابر با ۰/۲۸۶ و ۰/۳۰۶ حاصل شد. با وجود عدم اختلاف معنی‌دار بین دو بعد فرکتال مورد مطالعه، به کارگیری مقادیر D_{SMC} به عنوان تصویری از خصوصیات میکروسکوپی محیط و ترکیب آن با تئوری پرکولاسیون، دقت برآورد منحنی رطوبتی و هدایت هیدرولیکی اشباع را ارتقاء داده است.

واژه‌های کلیدی: تئوری پرکولاسیون، مدل‌های تئوری، منحنی دانه بندی، منحنی رطوبتی خاک، مدل‌های PSF

رضایی ا.، زینال‌زاده ک. ۱۴۰۰. ارزیابی برآورد هدایت هیدرولیکی اشباع با مدل‌های فرکتال جرمی و منفذی. تحقیقات کاربردی خاک. جلد ۹، شماره ۱. صفحه: ۱۱۷-۱۲۹.

۱- دانش آموخته دکتری گروه مهندسی آب، دانشکده کشاورزی دانشگاه ارومیه

۲- دانشیار گروه مهندسی آب، دانشکده کشاورزی دانشگاه ارومیه

*پست الکترونیک: k.zeinalzadeh@urmia.ac.ir

مقدمه

منحنی رطوبتی خاک (SMC) و هدایت هیدرولیکی اشباع^۲ (K_s)، از مهم‌ترین مشخصه‌های فیزیکی و هیدرولیکی خاک هستند که کاربرد وسیعی در مدل‌سازی حرکت آب و املاح در خاک، روابط آب، خاک و گیاه، نفوذپذیری و رواناب دارند. خصوصیات ذاتی محیط متخلخل خاک و شرایط محیطی، بر ویژگی‌های SMC تأثیرگذار می‌باشند (Gao & Sun, 2017). اندازه‌گیری مستقیم SMC، پرهزینه و زمان‌بر است و از طرفی، برازش نقاط گسسته اندازه‌گیری شده SMC روی منحنی غیرخطی رطوبتی خاک تحت شرایط تعادل رطوبتی بسیار مشکل می‌باشد. از این رو، مدل‌سازی SMC همواره مورد توجه محققان بوده است. مدل‌های SMC، به دو گروه شامل مدل‌های تجربی (مانند، Brooks & Corey, 1964; van Genuchten, 1981; Tyler & Wheatcraft, 1990; Rieu & Sposito, 1991) طبقه‌بندی می‌شوند. مزیت اساسی مدل‌های تئوری، استفاده از مفاهیم ریاضی برای توصیف منافذ و ذرات محیط متخلخل می‌باشد. برخلاف مدل‌های تجربی، پارامترهای مورد استفاده در مدل‌های تئوری، پایه و اساس فیزیکی دارند. محققین بسیاری از مفهوم هندسه فرکتالی به منظور ایجاد ارتباط بین مشخصات هیدرولیکی و خصوصیات میکروسکوپی محیط متخلخل استفاده نموده‌اند (Hunt et al., 2014). به عنوان مثال، تیلور و ویتکرفت (Tyler & Wheatcraft, 1989) گزارش کردند که پارامتر توان در مدل آریا و پاریس با بعد فرکتال منافذ و توزیع اندازه ذرات (PSD) محیط در ارتباط است. روابط زیادی نیز توسط محققین علوم خاک به منظور برآورد SMC بر پایه هندسه فرکتالی و هندسه ذرات خودمتشابه گسترش یافته است (Tyler & Wheatcraft, 1989; Perfect & Kay, 1995; Bird et al., 2000; Cihan et al., 2007; Yu et al., 2009; Russell & Buzzi, 2012). مدل‌های فرکتالی در زمینه برآورد SMC به سه دسته فرکتال جرمی، منفذی و سطحی تقسیم‌بندی شده‌اند (Hunt et al., 2014). در فرکتال جرمی، جرم، سطح منافذ و خود منافذ دارای بعد فرکتال یکسانی می‌باشند (Rieu & Sposito, 1991; Perfect,

1999). پارامتر فرکتال جرمی دارای معنا و مفهوم فیزیکی بوده و اندازه‌گیری مستقیم آن در آزمایشگاه مشکل و بسیار پرهزینه و زمان‌بر می‌باشد. میلان و همکاران (Millán et al., 2006) بیان نمودند که به منظور شبیه‌سازی SMC، مدل‌های با پایه فرکتال جرمی، به دلیل توصیف خصوصیات مربوط به هندسه ساختاری منافذ و در ارتباط با جریان کاپیلاری، بهتر است در بازه صفر تا ۳۳ کیلوپاسکال به کار گرفته شوند. در مدل ریو-اسپوزیو (Rieu & Sposito, 1991)، بعد فرکتال جرمی با SMC به صورت خطی در ارتباط است. آنالیز حساسیت مدل ریو-اسپوزیو (Rieu & Sposito, 1991) نشان می‌دهد که حساس‌ترین پارامتر مدل مذکور، بعد فرکتال می‌باشد. مدل تیلور و ویتکرفت (Tyler & Wheatcraft, 1990) به مدل تجربی بروکس-کوری (Brooks & Corey, 1964) شباهت دارد. بعد فرکتال جرمی در مدل تیلور ویتکرفت (Tyler & Wheatcraft, 1989) از اطلاعات PSD حاصل می‌گردد (Russell & Buzzi, 2012). دینرت و همکاران (Deinert et al., 2008) نشان دادند که ماهیت فرکتالی محیط تنها با بعد فرکتالی جرمی، قابل مدل‌سازی دقیق نیست و بدین منظور، به بعد فرکتال سطحی هم نیاز می‌باشد. اکثر مدل‌های پیشین، فقط از فازهای منفذی یا ذرات برای مدل‌سازی ساختمان و خصوصیات هندسی محیط متخلخل استفاده نموده‌اند. پریر و همکاران (Perrier et al., 1999)، برخلاف مدل‌های دو فازی پیشین، یک مدل سه فازی (PSF) شامل منافذ، ذرات و فصل مشترک ذرات-منافذ برای برآورد بعد فرکتالی SMC ارائه کردند. قنبریان و همکاران (Ghanbarian et al., 2011)، با مروری روی انواع مدل‌های فرکتالی شامل تیلور و ویتکرفت (Tyler & Wheatcraft, 1990)، ریو-اسپوزیو (Rieu & Sposito, 1991)، پریر و همکاران (Perrier et al., 1999)، پرفکت (Perfect, 1999)، بیرد و همکاران (Bird et al., 2000)، میلان و گونزالز (Millan & Gonzalez, 2005) و جیهان و همکاران (Cihan et al., 2007)، نشان دادند که از بین مدل‌های مورد مطالعه، مدل PSF دقت بالاتری در برآورد SMC به خصوص در بخش خشک آن دارد. وانگ و همکاران (Wang et al., 2005) دو بعد فرکتال حاصل از

3. Particle Size Distribution
4. Pore Solid Fractal

1. Soil Moisture Curve
2. Saturated Hydraulic Conductivity

داده‌های SMC و PSD را برای ۱۳ نمونه خاک مورد مقایسه قرار دادند. آنها میانگین مقادیر بعد فرکتال منفذی و جرمی را به ترتیب برابر با $2/8$ و $2/74$ گزارش نمودند. نتایج این تحقیق بیانگر وجود اختلاف معنی‌داری بین دو بعد فرکتال در سطح اطمینان ۹۵ درصد بر اساس آزمون T جفت شده بود. آنها بیان نمودند که اختلاف بسیار کم در مقادیر بعد فرکتال برآوردی، می‌تواند انحراف بزرگی را در برآورد منحنی رطوبتی خاک سبب گردد. تائو و همکاران (Tao et al., 2019) با استفاده از مقادیر D_{SMC} و میزان مکش ورود هوا توانستند منحنی رطوبتی را با دقت بالاتری برآورد نمایند. آنها با در نظر گرفتن تأثیر اندازه نمونه در رابطه یانگ- لاپلاس، رفتار فرکتالی منحنی رطوبتی را توجیه نمودند. چاری و دهمرده قلعه نو (Chari & Dahmardeh Ghaleho, 2019) دو بعد فرکتال D_{PSD} و D_{SMC} را مورد مقایسه قرار دادند. آنها با تعیین مقادیر D_{PSD} نمونه‌های مختلف، با استفاده از مقادیر درصد شن، سیلت و رس، گزارش نمودند که بین دو بعد فرکتال مذکور اختلاف آماری معنی‌داری مشاهده نمی‌شود. هدایت هیدرولیکی اشباع خاک نیز منعکس کننده خصوصیات هندسی و نحوه اتصال منافذ و جریان داخل آنها می‌باشد. در حدود بیست سال اخیر، هندسه فرکتال به صورت گسترده‌ای برای مدل‌سازی و برآورد هدایت هیدرولیکی خاک مورد توجه محققین بوده است (Rawls et al., 1993, Hunt & Gee, 2002, Gimenez et al., 1997). راولز و همکاران (Rawls et al., 1993) K_s خاک را با استفاده از بعد فراکتال برآورد نمودند. این مدل، اصلاح شده مدل مارشال بر اساس یازده بافت خاک متفاوت است. نتایج ایشان نشان داد که مدل راولز و همکاران (Rawls et al., 1993)، مقادیر K_s مربوط به منافذ خاک را تا ۱۰ برابر مقدار اندازه‌گیری شده برآورد می‌نماید. قنبریان و همکاران (Ghanbarian et al., 2012) با کاربرد مدل‌های PSF، مدل جدیدی برای برآورد هدایت هیدرولیکی غیراشباع توسعه دادند. این تحقیق با کاربرد ۱۰۴ نمونه از پایگاه داده UNSODA انجام شد. نتایج مقایسه مدل جدید توسعه یافته با مدل هدایت هیدرولیکی غیراشباع ون گنوختن- معلم، نشان داد که مدل جدید دارای خطای کمتر و قابلیت بالایی در برآورد K_s به خصوص در رطوبت‌های بالا در مقایسه با مدل ون گنوختن- معلم می‌باشد. رضائی و زینالزاده (Rezaei &

Zeinlzadeh, 2017) با بررسی مدل‌های فرکتالی دو فازی و PSF در برآورد K_s . به این نتیجه رسیدند که ترکیب مدل‌های PSF با مدل راولز و همکاران (Rawls et al., 1993)، دقت برآورد هدایت هیدرولیکی اشباع را در مقایسه با مدل‌های فرکتالی جرمی افزایش می‌دهد. بنی‌طالبی و همکاران (Banitalebi et al., 2017) بعد فرکتال بافت را از طریق سه رابطه جرم- زمان، جرم- قطر و کرچنکو-ژانگ محاسبه و با جاگذاری در تابع انتقالی راولز و همکاران (Rawls et al., 1993)، K_s را برآورد نمودند. نتایج نشان داد که روش تعیین بعد فرکتال، تأثیر قابل ملاحظه و معناداری از نظر آماری در برآورد K_s خواهد داشت. برآورد بعد فرکتال با یکی از روش‌های جرم- قطر، و کرچنکو-ژانگ و ترکیب در مدل راولز و همکاران (Rawls et al., 1993)، توانست با دقت قابل قبولی K_s را برآورد نماید. در سال‌های اخیر، برای برآورد K_s از مدل‌هایی بر مبنای تئوری پرکولاسیون استفاده شده است (Ghanbarian et al., 2018). تئوری مذکور با برطرف کردن معایب تئوری کاپیلاری مانند مدل ون گنوختن (van Genuchten, 1980)، میسرا و پارکر (Mishra & Parker, 1990) و ناستا و همکاران (Nasta et al., 2013)) و با بهره‌گیری از هندسه فرکتالی، قابلیت برآورد K_s را با دقت بالاتری دارد. بررسی تحقیقات گذشته نشان می‌دهد که مطالعات محدودی در ارتباط با برآورد K_s با مدل‌های فرکتالی موجود می‌باشد. اهداف اصلی این تحقیق، برآورد مقادیر بعد فرکتال حاصل از منحنی دانه‌بندی (D_{PSD}) و منحنی رطوبتی (D_{SMC}) و ارزیابی قابلیت کاربرد آنها در برآورد K_s با استفاده از مدل جدید فرکتالی قنبریان و همکاران (Ghanbarian et al., 2018) می‌باشد.

مواد و روش‌ها

خصوصیات نمونه‌های مورد مطالعه

در این تحقیق، هفت مجموعه شنی به صورت ذرات باقی مانده روی الک‌های شماره ۳۰، ۴۰، ۵۰، ۷۰، ۱۰۰، ۱۲۰ و ۱۴۰، به روش الک خیس (Nimmo & Perkins, 2002) تفکیک شدند. ذرات شن از رسوبات بستر رودخانه نازلو واقع در حوضه آبریز دریاچه ارومیه، ایران، تهیه شدند. سپس، نمونه‌ها مورد شست و شو قرار گرفتند. شست و شوی اولیه ذرات شن تا زمانی انجام گرفت که میزان

۱۲۰، ۲۰۰، ۳۰۰، ۴۹۰، ۷۰۰، ۱۰۰۰، ۱۲۶۰ و ۱۵۰۰ کیلوپاسکال با دستگاه صفحات فشاری اندازه‌گیری شدند. اندازه‌گیری میزان رطوبت در هر دو دستگاه، با نمونه‌های اشباع شده با آب مقطر شروع شده و به سمت از دست دادن رطوبت در نمونه‌ها (در حالت زهکشی) ادامه یافت.

جدول ۱- خصوصیات فیزیکی نمونه‌های مورد مطالعه

Table 1. Physical properties of the studied samples.

| NO. | Samples | PGMD (mm) | ρ_b ($g.cm^{-3}$) | ϕ ($cm^3.cm^{-3}$) |
|-----|---------|-----------|--------------------------|---------------------------|
| 1 | S1 | 0.16 | 1.53 | 0.42 |
| 2 | S2 | 0.05 | 1.73 | 0.36 |
| 3 | S3 | 0.08 | 1.58 | 0.40 |
| 4 | S4 | 0.09 | 1.56 | 0.41 |
| 5 | S5 | 0.07 | 1.57 | 0.41 |
| 6 | S6 | 0.04 | 1.58 | 0.40 |
| 7 | S7 | 0.05 | 1.57 | 0.41 |
| 8 | S8 | 0.05 | 1.58 | 0.40 |

با توجه به قطر متوسط هندسی ذرات خاک در نمونه‌های مورد استفاده (جدول ۱)، نمونه‌های S1, S3, S4, S5 در کلاس بافتی شن (fine sand, very fine sand) و نمونه‌های S2, S6, S7, S8 در کلاس بافتی سیلت (coarse silt) طبقه‌بندی شدند (Wentworth, 1992). بنابراین، برای لحاظ اثر دانه‌بندی در زمان تعادل نمونه با مکش اعمال شده در دستگاه جعبه شنی و افزایش دقت اندازه‌گیری‌ها، منحنی رطوبتی نمونه‌های تحقیق در دو مجموعه بطور مجزا با دستگاه جعبه شنی اندازه‌گیری شد. فقط برای نمونه‌های شنی S4 و S7، اندازه‌گیری منحنی رطوبتی تا فشار ۱۵۰۰ کیلوپاسکال با صفحات فشاری ادامه داده شد. این بدان علت بود که نمونه‌های مذکور در مکش ۱۰۰ سانتی‌متر (آخرین مرحله مکش اعمال شده توسط دستگاه جعبه شنی)، رطوبت نگهداشتی بزرگتر از ۸ درصد رطوبت حجمی داشتند و در فشارهای بزرگتر از یک متر آب، امکان ادامه اندازه‌گیری رطوبت باقی‌مانده در دستگاه صفحات فشاری میسر بود. اندازه‌گیری تغییرات روزانه رطوبت در جعبه شنی تا زمانی ادامه داده شد که اختلاف بین دو مقدار رطوبت حجمی اندازه‌گیری شده متوالی، کمتر از ۰/۲ درصد باشد (Eijkelkamp Soil & Water, 2015). برای جلوگیری از تبخیر از سطح نمونه‌ها

هدایت الکتریکی محلول خروجی از هر نمونه در حد ۵ میکروزیمنس بر ثانیه باشد. هشت نمونه مورد تحقیق از ترکیب هفت مجموعه شنی به‌دست آمد. به‌این صورت که نمونه‌های S1 تا S4 از انواع ترکیب‌های سه قطری و نمونه‌های S5 تا S8 از ترکیب‌های پنج قطری مجموعه‌های شنی حاصل شد. نمونه‌های تهیه شده در پلکسی گلس‌های با قطر داخلی ۴/۴ سانتی‌متر و ارتفاع ۵ سانتی‌متر آماده‌سازی شدند. تخلخل نمونه‌های مورد استفاده، با استفاده از جرم مخصوص ظاهری و حقیقی از رابطه زیر محاسبه گردید:

$$\phi = 1 - \frac{\rho_b}{\rho_s} \quad (1)$$

در این رابطه، ρ_b و ρ_s به ترتیب جرم مخصوص ظاهری و حقیقی (گرم بر سانتی‌متر مکعب) و ϕ میزان تخلخل می‌باشند. جدول ۱ مشخصات نمونه‌های شنی مورد مطالعه را نشان می‌دهد. از پارامتر قطر متوسط هندسی ذرات (PGMD) (رابطه ۲)، بعنوان شاخصی برای معرفی مشخصات اندازه قطر ذرات نمونه‌های مورد مطالعه استفاده شد.

$$PGMD = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^n w_i d_i} \quad (2)$$

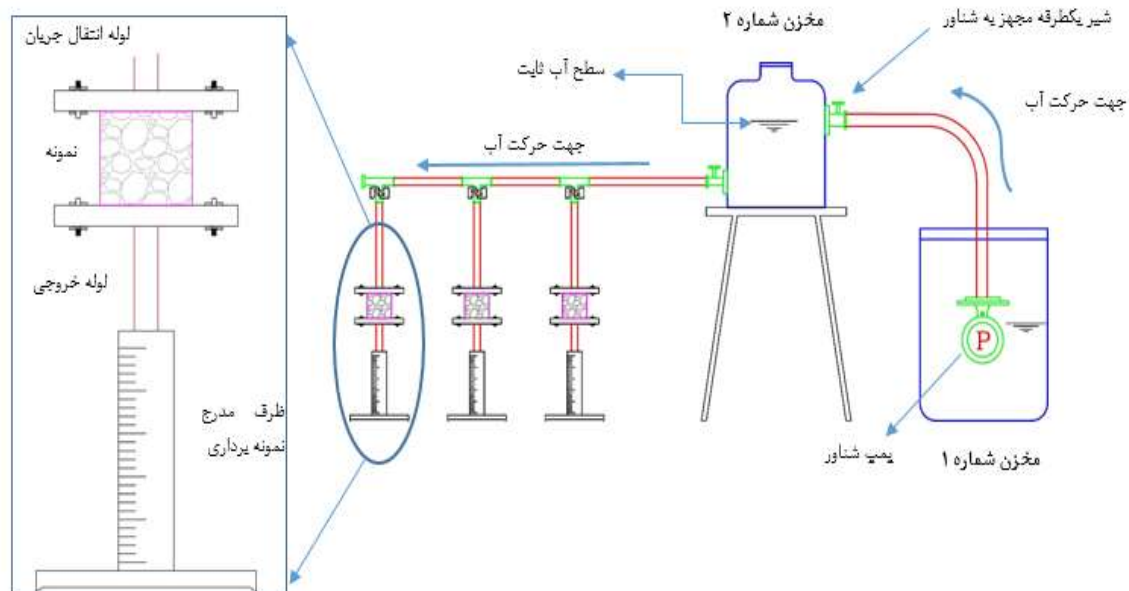
در رابطه فوق، w_i فاکتور وزن، d_i میانگین اندازه دو الک بالایی و پایینی در هر مجموعه و n تعداد قطرهای به کار رفته در ترکیب هر نمونه می‌باشند. در این تحقیق، میانگین هندسی قطر ذرات در نمونه‌ها، در محدوده ۰/۴ تا ۰/۱۶ میلی‌متر قرار گرفت. میزان جرم مخصوص ظاهری نمونه‌های مورد مطالعه در محدوده ۱/۵۳ تا ۱/۷۳ گرم بر سانتی‌متر مکعب و میزان تخلخل نیز در نمونه‌های شن در محدوده ۰/۳۶ تا ۰/۴۳ اندازه‌گیری شد.

اندازه‌گیری منحنی رطوبتی خاک و هدایت هیدرولیکی اشباع

میزان رطوبت در مکش‌های مختلف شامل صفر (وضعیت اشباع)، ۰/۱، ۰/۲۵، ۰/۳، ۰/۴، ۰/۵، ۰/۶، ۰/۷، ۰/۸ و ۱۰ کیلوپاسکال با جعبه شنی (به روش ستون آب آویزان) و در فشارهای ۰/۱۸، ۰/۲۰، ۰/۲۲، ۰/۲۴، ۰/۲۶، ۰/۲۸، ۰/۳۰، ۰/۳۴، ۰/۴۴، ۰/۴۸، ۰/۷۰،

شماره ۲ توسط شیر یک طرفه مجهز به شناور ثابت نگه داشته شد. انتقال آب از مخزن شماره ۱ به مخزن شماره ۲ توسط پمپ انجام گردید. در آزمایش هدایت هیدرولیکی با روش بار ثابت در نمونه‌های تحقیق، حجم آب مصرفی در بازه ۵ تا ۱۰ لیتر و مدت زمان آزمایش در بازه ۱ تا ۳ ساعت بود.

در طول آزمایش، درپوش جعبه شنی بسته نگهداشته می‌شد. K_s با روش بار ثابت و توسط آب مقطر بعد از اتمام مراحل اندازه‌گیری منحنی رطوبتی خاک برای تمام نمونه‌های شنی اندازه‌گیری گردید. شکل ۱ نحوه اندازه‌گیری K_s را برای نمونه‌های مورد مطالعه نشان می‌دهد. در طول اندازه‌گیری‌ها، سطح آب در مخزن



شکل ۱- اندازه‌گیری هدایت هیدرولیکی اشباع در نمونه‌های مورد تحقیق

Figure 1. Measurement of saturated hydraulic conductivity in the studied samples

فرم دیگری از مدل فرکتالی منحنی رطوبتی به صورت رابطه ۴ ارائه شده است (Ghanbarian *et al.*, 2017a).

$$\frac{S_w - S_{wr}}{1 - S_{wr}} = \frac{(h^{D-3} - h_{max}^{D-3})}{(h_{min}^{D-3} - h_{max}^{D-3})} \quad (4)$$

$$|h_{min}| \leq |h| \leq |h_{max}|$$

در رابطه ۴، S_{wr} درجه اشباع نسبی نمونه در رطوبت θ_t (رطوبت آستانه برای پرکولاسیون) و h_{max} مکش متناظر با کوچکترین شعاع منافذ می‌باشد.

محاسبه بعد فرکتالی منحنی دانه‌بندی

بعد فرکتال منحنی دانه‌بندی (D_{PSD}) با استفاده از رابطه ۵ محاسبه شد (Ghanbarian & Daigle, 2015).

$$\frac{M(<R_i)}{M_t} = \left(\frac{R_i}{R_{max}} \right)^{E-D_{PSD}} \quad (5)$$

$$R_{min} \leq R_i \leq R_{max}$$

محاسبه بعد فرکتالی منحنی رطوبتی

در این تحقیق، بعد فرکتالی منفذی نمونه‌ها (D_{SMC}) از برازش مدل فرکتالی قنبریان و همکاران (Ghanbarian *et al.*, 2017a) (رابطه ۳) به مقادیر اندازه‌گیری شده SMC با استفاده از جعبه ابزار curve-fitting در نرم‌افزار متلب (MathWorks, Inc. 2017) و با کاربرد الگوریتم غیرخطی حداقل مربعات خطا لئونبرگ-مارکوآردت، تعیین شد.

$$S_w = 1 - \frac{\beta}{\phi} \left[1 - \left(\frac{h}{h_{min}} \right)^{D_{SMC}-3} \right] \quad (3)$$

در این رابطه، D_{SMC} بعد فرکتال مربوط به منافذ محیط متخلخل، h_{min} مکش متناظر با بزرگترین شعاع منافذ (متناسب با فشار جایگزینی هوا)، β پارامتر برازش و S_w درجه اشباع نمونه در مکش h می‌باشد. پارامترهای D_{SMC}، h_{min} و β پارامترهای حاصل از برازش می‌باشند.

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (P_{obs}^{(i)} - P_{fit}^{(i)})^2}{n}} \quad (7)$$

$$RMSLE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\log P_{obs}^{(i)} - \log P_{fit}^{(i)})^2}{n}} \quad (8)$$

در روابط فوق، پارامترهای $P_{obs}^{(i)}$ ، $P_{fit}^{(i)}$ و n به ترتیب مقادیر برازش داده شده، مشاهداتی و تعداد داده‌ها در هر نمونه می‌باشند. پایین بودن مقدار شاخص $RMSE$ و $RMSLE$ در هر نمونه، بیانگر دقت بالای برآورد مقادیر رطوبت حجمی و K_s نمونه مورد نظر می‌باشد.

نتایج و بحث

برای مطالعه تغییرات بعد فرکتالی، روابطه ۳ و ۵ به مقادیر اندازه‌گیری شده SMC در وضعیت زهکشی برای ۸ نمونه شنی با ترکیب‌های دانه بندی مختلف، برازش داده شدند. در ادامه، نتایج بعد فرکتالی حاصل از SMC و PSD برای نمونه‌ها بررسی می‌گردد. نهایتاً، دقت برآورد دو بعد فرکتال در تمامی نمونه‌ها در برآورد K_s مورد تحلیل قرار گرفت.

مقایسه مقادیر بعد فرکتال منحنی رطوبتی و منحنی دانه بندی

بر اساس نتایج برازش روابطه ۳، در سری نمونه‌های $S1$ تا $S4$ ($0.05 < PGD < 0.16$ mm)، مقادیر بعد فرکتالی منفذی در بازه $2/0.2 < D_{SMC} < 1/0.87$ تغییر یافت. همچنین، بعد فرکتالی برای سری نمونه‌های $S5$ تا $S8$ ($0.04 < PGD < 0.07$ mm) در بازه $2/0.86 < D_{SMC} < 1/0.89$ تغییر داشت. در نمونه‌های با بعد فرکتالی بزرگتر، میزان همگن بودن نمونه برخلاف سایر نمونه‌ها کاهش می‌یابد. مقادیر بعد فرکتال منحنی دانه‌بندی برای نمونه‌های سه قطری ($S1$ تا $S4$) در بازه -0.16 تا $2/1.8$ و برای نمونه‌های با ترکیب پنج قطری ($S5$ تا $S8$) در بازه $1/9.7$ تا $2/2.7$ حاصل شده است. با توجه به شکل ۲، مشخص می‌گردد که در نمونه‌های پنج قطری که PGD کمتری نیز دارند، مقادیر هر دو بعد فرکتال به نسبت بزرگتر برازش داده شده است. به عبارتی، با افزایش حجم ذرات ریزدانه تشکیل دهند نمونه، بعد فرکتال بزرگتری قابل انتظار است. بعد فرکتال منحنی دانه‌بندی رفتار ذرات خاک و بعد فرکتال منحنی رطوبتی رفتار منافذ خاک را از منظر تئوری فرکتال توجیه می‌نماید. در نمونه‌هایی که

در این رابطه، D_{PSD} بعد فرکتال منحنی دانه‌بندی ذرات، E بعد اقلیدسی (در فضای سه بعدی برابر با سه)، M_i مجموع وزن ذرات، R_{min} و R_{max} به ترتیب کوچکترین و بزرگترین شعاع مورد استفاده در لیست ذرات دانه‌بندی شده و $M(<R_i)$ وزن تجمعی ذرات کوچکتر از سایز R_i (الک بالایی) می‌باشند.

محاسبه هدایت هیدرولیکی اشباع

هدایت هیدرولیکی اشباع با رابطه ۶ محاسبه گردید (Ghanbarian et al., 2017b). در این رابطه K_s بر اساس خصوصیات منافذ محیط متخلخل و سیال تعیین می‌گردد.

$$K_s = f_f \frac{A^2 h_{min}^{-2} \phi}{C_{KT} 3} \times \quad (6)$$

$$\left[1 - \left(\frac{1}{3} \right)^{3-D} \left(1 - \frac{\theta_t}{\beta} \right) \right] \left(1 - \frac{\theta_t}{\beta} \right)^{\frac{2}{3-D}}$$

در این رابطه، C_{KT} ضریب ثابت کاتز تامسون (Katz & Thompson, 1986) و برابر با مقدار ثابت $56/5$ و A ثابت معادله یانگ-لاپلاس ($A=2\gamma\cos(\omega)$) است که در آن γ میزان کشش سطحی و ω زاویه تماس سطح آب با هوا و می‌باشد که برابر با صفر در نظر گرفته شده است. همچنین، f_f ضریب سیال ($=\rho g/\mu$) است که در آن ρ چگالی آب ($kg.m^{-3}$)، g شتاب گرانشی ($m.s^{-2}$) و μ ضریب ویسکوزیته دینامیکی سیال ($N.s.m^{-2}$) می‌باشد. با کاربرد مقادیر D_{SMC} و D_{PSD} در رابطه ۶، مقادیر K_s برای هر نمونه برآورد گردید. پارامتر θ_t از رابطه ۴ و برابر با θ_r تعیین شد. مقادیر D و h_{min} در رابطه‌های ۳ و ۴ دقیقاً به میزان یکسان برازش داده شده است.

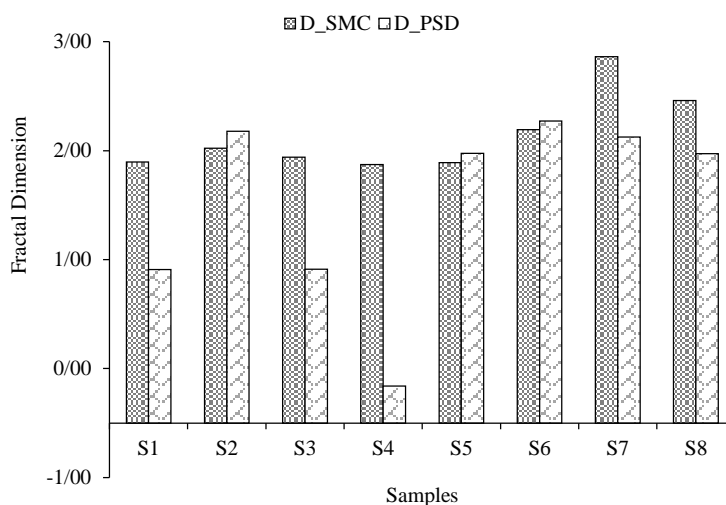
دقت برآورد مدل‌ها

در این تحقیق، از شاخص خطای $RMSE$ برای ارزیابی میزان خطا در برآورد منحنی رطوبتی (Ghanbarian et al., 2011) استفاده شد (رابطه ۷). به دلیل ماهیت کمی پارامتر هدایت هیدرولیکی اشباع، در ارزیابی مقادیر برآوردی این پارامتر از مقیاس لگاریتم شاخص خطای $RMSE$ شاخص خطای $RMSLE$ (رابطه ۸) استفاده گردید (Ghanbarian et al., 2017b; Shaker, Amirabedi et al., Shahmarbeigloo et al., 2019).

بازه ۲/۳۸ تا ۲/۹۷ گزارش کردند. قنبریان و همکاران (Ghanbarian *et al.*, 2018) در تحقیقی روی نمونه‌های شنی با قطرهای ۰/۳ و ۰/۵ میلی‌متر و تخلخل حدود ۰/۴، بعد فرکتالی را در بازه ۰/۹۸ تا ۱/۷۶ گزارش نمودند. آنها بیان نمودند نمونه‌های بد دانه‌بندی شده (با دامنه گسترده‌تر توزیع منافذ)، میزان بعد فرکتالی بزرگتری دارند که با نتایج این تحقیق مطابقت داشته است.

مقادیر نزدیک به هم برای دو بعد فرکتال مذکور حاصل شده است، نشان می‌دهد که رفتار منافذ و ذرات خاک در آن نمونه‌ها مشابه هم بوده است (شکل ۲). در این تحقیق، حصول مقدار منفی D_{PSD} برای نمونه S4 ($D_{PSD} = -0.16$)، بدین معنی است که در این نمونه، منافذ ریزتر در هدایت جریان موثرتر از منافذ درشت عمل نموده‌اند (Ghanbarian & Sahimi, 2017).

قنبریان و همکاران (Ghanbarian *et al.*, 2016) میزان بعد فرکتالی را برای خاک‌های پایگاه داده UNSODA، در



شکل ۲- تغییرات بعد فرکتال منحنی رطوبتی و منحنی دانه بندی در نمونه‌های مورد مطالعه

Figure 2. D_{PSD} and D_{SMC} variations in the studied samples

ارزیابی دقت SMC برآزش داده شده با مقادیر D_{SMC} و

D_{PSD} شکل ۳ منحنی‌های رطوبتی اندازه‌گیری شده و برآزش داده شده با مقادیر بعد فرکتال منفذی و جرمی برای نمونه‌های مختلف را ارائه می‌نماید. میزان شاخص خطای برآزش (RMSE) در مورد بکارگیری بعد فرکتال منفذی و جرمی، به ترتیب در بازه ۰/۰۴ تا ۰/۰۲۲ و ۰/۰۰۹ تا ۰/۰۶۹ می‌باشد (جدول ۲). نتایج این جدول نشان می‌دهد که بعد فرکتال منفذی دارای این قابلیت است که SMC را با دقت بالاتری نسبت به بعد فرکتال جرمی برآزش نماید. نتایج بیانگر این است که SMC برآزش داده شده با استفاده از D_{PSD} در اکثر نمونه‌ها به جز نمونه‌های S4، S5 به صورت کم‌برآورد عمل نموده است. نتایج تحقیقات هانگ و ژانگ (Huang & Zhang, 2005) بیانگر

با مقایسه مقادیر حاصل شده D_{PSD} و D_{SMC} مشخص شد که بین دو بعد فرکتال حاصل شده، ارتباط و همبستگی بالایی وجود ندارد. همچنین، مقایسه مقادیر D_{PSD} (حاصل شده از رابطه ۴) با مقادیر D_{SMC} نشان داد که بر اساس آزمون T جفت شده، بین نمونه‌های مورد مطالعه، اختلاف آماری معنی‌داری (در سطح ۵ درصد) مشاهده نمی‌گردد. علی‌رغم نبود اختلاف معنی‌دار آماری بین دو بعد فرکتال مذکور و به دلیل قرارگیری پارامتر بعد فرکتال به شکل روابط توانی، می‌توان انتظار داشت تعیین بعد فرکتال با دقت بالا در برآورد مقادیر هدایت هیدرولیکی از اهمیت فراوانی برخوردار می‌باشد (Hunt *et al.*, 2013).

منحنی رطوبتی با D_{PSD} با نتایج تحقیق هانگ و ژانگ (Huang & Zhang, 2005) مطابقت دارد.

این است که مقادیر D_{PSD} در نمونه های مورد بررسی با بافت سبک کمتر از مقادیر D_{SMC} حاصل شده است. در این تحقیق، کم برآورد بودن مقادیر برازش داد شده

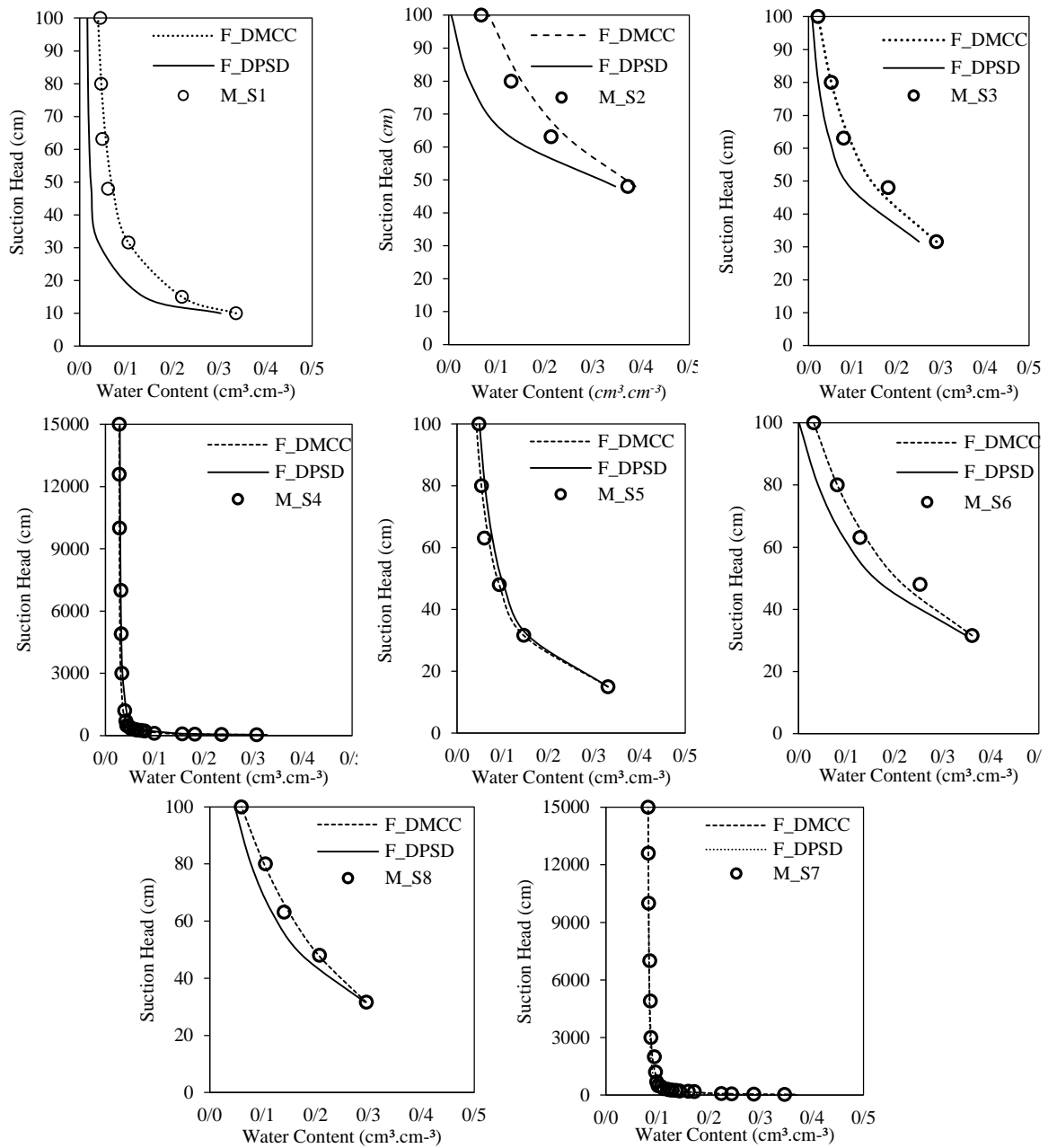
جدول ۲- مقادیر RMSE در منحنی رطوبتی برازش داده شده با D_{SMC} و D_{PSD}
Table 2. The RMSE values in fitted SMC using D_{SMC} and D_{PSD}

| Sample | D_{SMC} | D_{PSD} |
|--------|-----------|-----------|
| S1 | 0.005 | 0.047 |
| S2 | 0.022 | 0.069 |
| S3 | 0.013 | 0.046 |
| S4 | 0.008 | 0.015 |
| S5 | 0.004 | 0.009 |
| S6 | 0.017 | 0.045 |
| S7 | 0.008 | 0.012 |
| S8 | 0.004 | 0.022 |

خط ۱:۱، به صورت کمتر از مقادیر اندازه گیری شده برآورد شده است. با توجه به قرارگیری پارامتر بعد فرکتال به صورت توان در رابطه ۶، تخمین دقیق تر این پارامتر ضروری می باشد. در تحقیق قنبریان و همکاران (Ghanbarian *et al.*, 2017b) برآورد K_S با استفاده از خصوصیات میکروسکوپی محیط متخلخل انجام شده است. مقادیر K_S برآوردی در نتایج ایشان، ۳ برابر مقادیر اندازه گیری شده می باشند. در این تحقیق، با کارگیری مقادیر منحنی رطوبتی خاک به عنوان تصویری از خصوصیات میکروسکوپی محیط متخلخل و ورودی های مدل جدید، دقت برآورد هدایت هیدرولیکی ارتقا می یابد. نتایج نشان می دهند که در بین ویژگی های هندسی و توپولوژیکی محیط متخلخل، خصوصیات مربوط به منافذ خاک (D_{SMC}) که زیرمجموعه خواص هندسی محیط متخلخل است، در برآورد دقیق تر K_S محیط متخلخل سهم بسزائی داشته است.

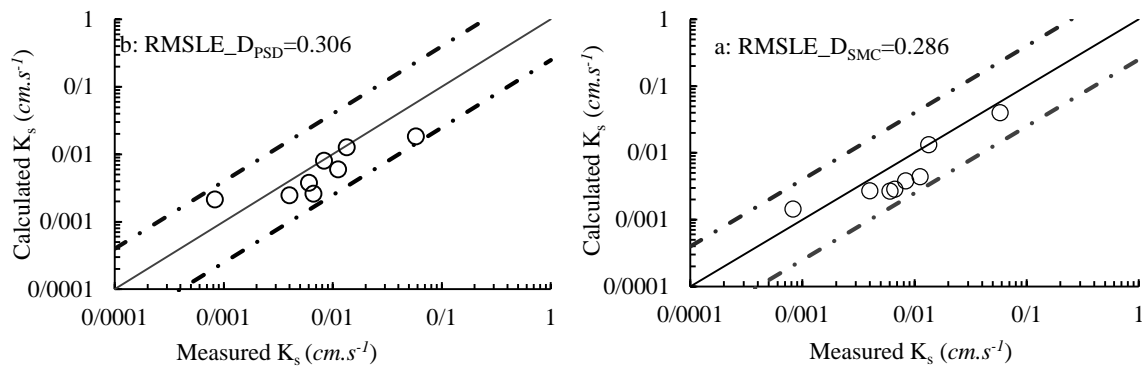
ارزیابی مقادیر پیش بینی شده هدایت هیدرولیکی اشباع

در شکل ۴، مقادیر K_S پیش بینی شده (با مقادیر D_{PSD} و D_{SMC}) و اندازه گیری شده را در مقیاس لگاریتمی مقایسه می نماید. در شکل ۴، محور افقی مقادیر اندازه گیری و محور عمودی مقادیر برآوردی K_S را نشان می دهند. مقادیر برآوردی K_S با استفاده از D_{SMC} و D_{PSD} به ترتیب دارای خطای RMSLE برابر با ۰/۲۸۶ و ۰/۳۰۶ می باشند که در مقایسه با مقادیر برآورد شده در گزارش قنبریان و همکاران (Ghanbarian *et al.*, 2017b) (با خطای ۰/۳۱۵)، خطای کمتری حاصل شده است. به عبارتی، نتایج نشان می دهند کاربرد D_{SMC} سبب شده تا مقادیر K_S با دقت بالاتری برآورد گردد. بررسی آماری نشان داد بین مقادیر K_S حاصل از دو بعد فرکتال D_{SMC} و D_{PSD} اختلاف معناداری در سطح ۵ درصد وجود ندارد. نتایج شکل ۴ نشان می دهند که مقایسه مقادیر K_S پیش بینی شده (توسط رابطه ۶ با بکارگیری D_{PSD} و D_{SMC}) با



شکل ۳- تغییرات منحنی های رطوبتی برازش داده شده (F) و اندازه گیری شده (M)

Figure 3. Measured (M) and Fitted (F) SMC variations



شکل ۴- مقایسه مقادیر هدایت هیدرولیکی اشباع برآوردی شده نمونه‌های تحقیق از رابطه ۶ (Ghanbarian *et al.*, 2017b)، با استفاده از D_{SMC} (a) و D_{PSD} (b) در مقابل مقادیر هدایت هیدرولیکی اشباع اندازه‌گیری شده، خط قرمز معرف خط ۱:۱ و دو خط چین حدود مقادیر برآوردی را نشان می‌دهند.

Figure 4. The comparison of the estimated saturated hydraulic conductivity (K_s) using the Ghanbarian *et al.* (2017b) model, Eq. (6), against the measured one by applying (a) D_{SMC} and (b) D_{PSD} . The dashed and dotted lines represent the 1:1 line and confidence intervals, respectively.

که باید در کاربرد مدل فرکتالی هدایت هیدرولیکی اشباع مورد توجه قرار گیرد. بدین منظور، ۸ نمونه شنی با دانه‌بندی مختلف، انتخاب شده و مقادیر بعد فرکتال منحنی رطوبتی و منحنی دانه‌بندی با استفاده از برآزش مدل‌های مربوطه تعیین شدند. نتایج آزمون T جفت شده نشان داد که بین مقادیر D_{SMC} و D_{PSD} اختلاف آماری معناداری در نمونه‌های مختلف مشاهده نمی‌گردد. مقادیر D_{SMC} و D_{PSD} در مرحله اول به منظور برآورد منحنی رطوبتی به کار گرفته شدند. دقت برآورد منحنی رطوبتی با D_{SMC} دارای خطای کمتری نسبت به D_{PSD} حاصل شده است. همچنین، دقت مقادیر بعد فرکتال مذکور روی برآورد K_s مورد صحت‌سنجی قرار گرفت. نتایج نشان دادند که مقادیر K_s برآوردی با استفاده از D_{SMC} دارای خطای کمتری در مقایسه با کاربرد مقادیر D_{PSD} می‌باشد. در نهایت، پیشنهاد می‌گردد ارزیابی مدل‌های فرکتالی بر پایه اندازه‌گیری‌های هدایت الکتریکی محیط متخلخل به منظور برآورد هدایت هیدرولیکی اشباع، از جمله اهداف تحقیق‌های آتی در نظر گرفته شود.

نتیجه‌گیری کلی

در این تحقیق، تأثیر مقادیر D_{SMC} و D_{PSD} برآورد شده و ارزیابی قابلیت کاربرد آنها در برآورد K_s خاک با استفاده از مدل فرکتالی قنبریان و همکاران (Ghanbarian *et al.*, 2017b) بررسی گردید. مزیت اساسی مدل تئوری هدایت هیدرولیکی اشباع به کار برده شده در این تحقیق، استفاده از مفاهیم ریاضی برای توصیف منافذ و ذرات محیط متخلخل می‌باشد. برخلاف مدل‌های تجربی، پارامترهای مورد استفاده در این مدل تئوری، پایه و اساس فیزیکی دارند. در واقع، مدل مذکور با تلفیقی از هندسه فرکتال، سبب درک بهتر رفتار هیدرولیکی محیط متخلخل می‌گردد. از سوی دیگر، اندازه‌گیری پارامتر هدایت هیدرولیکی اشباع به عنوان یک شاخص دیرپافت و زمان‌بر مطرح می‌باشد. بنابراین، برآورد K_s با استفاده از یک مدل تئوری و دقت قابل قبول از جمله سایر مزیت‌های برآورد K_s با استفاده از D_{SMC} می‌باشد. در این راستا، اندازه‌گیری دقیق منحنی مشخصه رطوبتی از جمله الویت‌هایی است

Reference

- Amirabedi H., Asghari Sh., Mesri Gandoshmin T., Balandeh N. and Johari E. 2019. Estimating the soil saturated hydraulic conductivity in Ardebil Plain soils using artificial neural networks and regression models. *Applied Soil Research*. 7(4):124-136. (In Persian)
- Banitalebi G., Beigi Harchegani H., and Ghobadinia M. 2017. The Effect of long- term irrigation with municipal treated wastewater on the saturated hydraulic conductivity of a silt loam soil and its estimation- a case study. *Journal of Water and Soil Science*, 21(1): 171-184. (In Persian)
- Bird N. R. A., Perrier E., and Rieu M. 2000. The water retention function for a model of soil structure with pore and solid fractal distributions. *European Journal of Soil Science*, 51(1): 55-63.

- Brooks R.H., and Corey A.T., 1964. Hydraulic Properties of Porous Media. Hydrology Papers 3, Colorado State University, Fort Collins, 27 p.
- Chari M M., and Dahmardeh Ghaleno, M. R. 2019. Evaluating fractal dimension of the soil particle size distributions and soil water retention curve obtained from soil texture components. *Archives of Agronomy and Soil Science*, 1-11. doi:10.1080/03650340.2019.1686140
- Cihan A., Perfect E., and Tyner J. S. 2007. Water retention models for scale-variant and scale invariant drainage of mass prefractal porous media. *Vadose Zone Journal*, 6(4): 786–792.
- Deinert M.R., Dathe A., Parlange J.Y., and Cady K.B. 2008. Capillary pressure in a porous medium with distinct pore surface and pore volume fractal dimensions. *Physical Review*, E77 (2): 021203.
- Eijkelkamp Soil & Water, 2015, Sandbox for pF-determination: User manual, 1-25. Retrieved from <https://en.eijkelkamp.com/products/laboratory-equipment/sandbox-for-pf-determination.html>
- Gao Y., and Sun D. 2017. Soil-water retention behavior of compacted soil with different densities over a wide suction range and its prediction. *Computers and Geotechnics*, 91: 17–26, <https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2017.06.016>.
- Ghanbarian B., and Daigle H. 2015. Fractal dimension of soil fragment mass-size distribution: A critical analysis. *Geoderma*, 245–246: 98–103.
- Ghanbarian, B., and Sahimi M. 2017. Electrical conductivity of partially saturated packings of particles. *Transport in Porous Media*, 118: 1–16.
- Ghanbarian B., Hamamoto S., Kawamoto K., Sakaki T., Moldrup P., Nishimura T., and Komatsu T. 2018. Saturation-dependent gas transport in sand packs: Experiments and theoretical applications, *Advances in Water Resources*, 122: 139–147.
- Ghanbarian B., Ioannidis M. A., and Hunt A. G. 2017a. Theoretical insight into the empirical tortuosity-connectivity factor in the Burdine-Brooks-Corey water relative permeability model. *Water Resources Research*, 53: 10395-10410.
- Ghanbarian B., Hunt A. G., Skaggs T. H., and Jarvis N. 2017b. Upscaling soil saturated hydraulic conductivity from pore throat characteristics. *Advances in Water Resources*, 104:105-113. doi: 10.1016/j.advwatres.2017.03.016.
- Ghanbarian, B., Hunt A. G., and Daigle H., 2016. Fluid flow in porous media with rough pore-solid interface, *Water Resources Research*, 52: 2045–2058.
- Ghanbarian-Alavijeh B., and Hunt A. G. 2012 Unsaturated hydraulic conductivity in porous media: Percolation theory, *Geoderma*, 187–188: 77-84.
- Ghanbarian-Alavijeh B., Millán H., and Huang G. 2011. A review of fractal, prefractal and pore-solid-fractal models for parameterizing the soil water retention curve, *Canadian Journal of Soil Science*, 91: 1-14., doi:10.4141/CJSS10008.
- Gimenez D., Perfect E., Rawls W. J., and Pachepsky Y. 1997. Fractal models for predicting soil hydraulic properties: a review. *Engineering Geology*, 48: 161–183.
- Huang G., and Zhang R. 2005. Evaluation of soil water retention curve with the pore–solid fractal model. *Geoderma*, 127(1–2): 52–61.
- Hunt A. G., and Gee G. W. 2002. Application of critical path analysis to fractal porous media: comparison with examples from the Hanford site. *Advances in Water Resources*, 25: 129–146.
- Hunt A. G., Ewing R. P., and Horton R. 2013. What’s Wrong with Soil Physics? *Soil Science Society of America Journal*, 77(6): 1877-1887.
- Hunt A., Ewing R., and Ghanbarian B. 2014. Fractal Models of Porous Media. In: Percolation Theory for Flow in Porous Media. *Lecture Notes in Physics*, vol. 880. Springer, Cham.
- Millan H., and Gonzalez-Posada M. 2005. Modelling soil water retention scaling. Comparison of a classical fractal model with a piecewise approach. *Geoderma*, 125: 25–38.
- Millán H., Aguilar M., Domínguez J., Céspedes L., Velasco E., and González M., 2006. A note on the physics of soil water retention through fractal parameters. *Fractals*, 14: 143-148.
- Mishra S., and Parker J. C. 1990. On the relation between saturated conductivity and capillary retention characteristics. *Ground Water*, 28(5): 775-777.
- Nasta P., Vrugt J. A., and Romano N., 2013. Prediction of the saturated hydraulic conductivity from Brooks and Corey's water retention parameters. *Water Resources Research*, 49(5): 2918-2925.
- Nimmo J. R., and Perkins K.S. 2002. Aggregate stability and size distribution. In Dane, J.H., and Topp, G.C., eds., Methods of Soil Analysis, part 4. Physical methods: *Soil Science Society of America Journal*, Madison, pp. 317–328.

- Perfect E. 1999. Estimating mass fractal dimensions from water retention curves. *Geoderma*, 88: 221–231.
- Perfect E., and Kay B. D. 1995. Applications of fractals in soil and tillage research: a review. *Soil and Tillage Research*, 36(1–2): 1–20.
- Perrier E., Bird N., and Rieu M. 1999. Generalizing a fractal model of soil structure: the pore-solid fractal approach. *Geoderma*, 88: 137–164.
- Rawls W. J., Brakensiek D. L., and Logsdon S. D. 1993. Predicting saturated hydraulic conductivity utilizing fractal principles. *Soil Science Society of America Journal*, 57: 1193–1197.
- Rezaei Abajelu E., and Zeinalzadeh K. 2017. Two and Three-Phases Fractal Models Application in Soil Saturated Hydraulic Conductivity Estimation. *Journal of Water and Soil*, 30(6):1905-1917. (In Persian)
- Rieu M., and Sposito G. 1991. Fractal fragmentation, soil porosity, and soil water properties: I. Theory, II. Applications. *Soil Science Society of America Journal*, 55: 1231–1244.
- Russell A. R., and Buzzi O. 2012. A fractal basis for soil-water characteristics curves with hydraulic hysteresis, *Géotechnique*, 62(3): 269-274.
- Shaker Shahmarbeigloo P., Khodaverdiloo H. and Momtaz H.R. 2019. Testing of new inputs to predict near-saturated soil hydraulic conductivity. *Applied Soil Research*, 7(1): 54-69. (In Persian)
- Tao G., Chen Y., Xiao H., Chen Q., and Wan J. 2019. Determining Soil-Water Characteristic Curves from Mercury Intrusion Porosimeter Test Data Using Fractal Theory. *Energies*, 12(752): 1-15.
- The MathWorks Inc. R2017a. MATLAB: The language of technical computing. Version 9.2. Natick, MA.
- Tyler S. W., and Wheatcraft S. W. 1989. Application of fractal mathematics to soil water retention estimation. *Soil Science Society of America Journal*, 53(4): 987–996.
- Tyler S.W., and Wheatcraft S.W. 1990. Fractal processes in soil water retention. *Water Resources Research*, 26: 1047–1054.
- Van Genuchten M. T. 1980. A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils. *Soil Science Society of America Journal*, 44(5): 892-898.
- Wang K., Zhang R., and Wang F. 2005. Testing the pore-solid fractal model for the soil water retention function. *Soil Science Society of America Journal*, 69(3): 776–782.
- Wentworth, C. K. 1922. A scale of grade and class terms for clastic sediments. *The journal of geology* 30(5), 377-392.
- Yu B., Cai J., and Zou M. 2009. On the physical properties of apparent two-phase fractal porous media. *Vadose Zone Journal*, 8(1): 177–186.

Evaluation of Saturated Hydraulic Conductivity Estimation by Mass and Pore Space Fractal Models

Elnaz Rezaei¹, Kamran Zeinalzadeh^{2*}

(Received: December 2019 Accepted: January 2020)

Abstract

Over the past few decades, fractal geometry has been extensively used as a powerful tool in characterizing porous media properties and hydraulic soil modeling. In this study, the applicability of fractal dimension values derived from particle size distribution (D_{PSD}) and soil moisture curve (D_{SMC}) in estimating saturated hydraulic conductivity (SHC) were compared and evaluated using the new fractal Ghanbarian *et al.* (2018) model. For this purpose, eight sandy samples were prepared in cylinders with an internal diameter of 4.4 cm and a height of 5 cm. The particle size distribution was determined by the combination of dry and wet sieve methods. Water content was measured in eight tension heads from zero (saturation) to 10 kPa in the sandbox and at 19 higher tension heads, from 18 to 1500 kPa with the pressure plate. For all samples, the bulk and particle density, total porosity, and SHC were also measured. The mass fractal (D_{PSD}) and pore space fractal (D_{SMC}) dimensions were determined using the particle size distribution and soil moisture curve (SMC) data, respectively. The root mean square error (RMSE) of fitting SMC by applying the D_{SMC} and D_{PSD} were found in the range of 0.004 to 0.022 and 0.009 to 0.069, respectively. The results showed that the D_{SMC} fits the SMC with higher accuracy than the D_{PSD} and the D_{PSD} had no specific correlation with the D_{SMC} of the samples. The root mean square logarithmic error (RMSLE) for the estimated values of SHC using D_{SMC} and D_{PSD} was found to be 0.286 and 0.306, respectively. Although there is no significant difference between the two fractal dimensions, the application of D_{SMC} values as an image of the microscopic properties of the porous medium and its combination with the percolation theory has improved the accuracy of estimating the SMC and SHC.

Keywords: Particle size distribution curve, Percolation theory, PSF models, Soil moisture curve, Theoretic models

Rezaei E., Zeinalzadeh K. 2021. Evaluation of saturated hydraulic conductivity estimation by mass and pore space fractal models. *Applied Soil Research*, 9(1): 117-129.

1. Former Ph.D. Candidate, Department of Water Engineering, Faculty of Agriculture and Natural Resources, Urmia University, Urmia, Iran

2. Associate Professor, Department of Water Engineering, Faculty of Agriculture and Natural Resources, Urmia University, Urmia, Iran

* Corresponding Author Email: k.zeinalzadeh@urmia.ac.ir